浮心について

正会員　一　色　　浩*

On the Center of Buoyancy

by　Hiroshi Isshiki, *Member*

Key Words: *Archimedes, Hydrostatic Pressure, Buoyancy, Center of Buoyancy*

1. 緒　　言

浮心の垂直位置が決まらないことが，いろいろな議論を呼び混乱を生んできたので，そろそろ終止符が打たれるべきと思い，これまでとは異なる観点からこの問題を論じてみた．いわば幾何学の補助線のようなものを導入し、簡単に解決せんとする観点である．

この問題については船舶工学を学ぶ学生の教育においても，教える方も教わる方もすっきりしない点があったと聞いている．本論が多少なりともお役に立てれば幸せである．

2. アルキメデスの偉大さ

アルキメデスの原理というものを知っている人は多いことと思う．水中の物体には周りの水の圧力により物体表面に垂直で物体内部に向かう方向に力が掛かる．その鉛直成分が浮力である．プールに入ると体が軽くなることを知っている人は多いと思う．そもそも人間が泳げるのは，体重にほぼ等しい浮力が身体を支えてくれるからである．体の重みは浮力が支えてくれるので，手足を動かして推力を発生すればよい．

水中の物体にどのような浮力が発生するかについて，極めて明快な答えを出したのがアルキメデスである.「水中の物体に働く浮力は物体が排除する水の重量に等しい」，これがアルキメデスの原理と呼ばれるものである．正に，アルキメデスは天才である．現代人の感覚でいうと水の重量ではなくて水に作用する重力といいたいところであるが，ニュートンによる万有引力発見以前のことであるから，敢えて重力は持ち出さない．重量とは何かは当時の人にとっては問題ではなかった。これに対する問いと答えはニュートンまで待たねばならない。

では，何故アルキメデスは天才というに値するかであるが，頭の中で，仮想的に物体を水に置き換えたと思うからである．この置き換えができた瞬間に上の原理がひらめいたと思う．常人であれば今見ている物体のイメージにがっちり捕まってしまい，仮に物体がないなぞと考えることはできないであろう．この柔軟さこそが正に天才なのだと思う．

物体を水に置き換えたとして，その水を点線で囲んでみよう．点線の中の水はあたかも以前からそこにあったように考えても何らの不都合は無い．じっと静止しているであろう. 点線の中の水には鉛直下向きに水の重量（当世風には重力）が掛かっている．水がじっとしていられるためには，同じ大きさの上向きの力が掛かっていないといけない．これが周りの圧力に起因する浮力であり，その大きさは点線の中の水，すなわち物体が排除した水の重量に等しい．多分，アルキメデスはこのように考えたものと思う．

3. 浮心について

ここで，注意しないといけないのは，アルキメデスが言ったのはここまでで，浮力がどの位置に掛かるかは明確に述べていないと思う．物体表面に分布している圧力を一個の集中力に代表させて，その大きさと位置を決めることができると，大変な思考の節約になる．このような方向で質点の力学から発展したのが剛体の力学だと思う．

この問題をアルキメデスならば，直感的に即座に次のように考えたのではなかろうか？要するに，浮心の問題は重力が上下逆になった場合の点線内の部分の重心を求める問題と同じであろう．これで一件落着である．この説明で十分と思われない人は，次の段落を読んで頂ければ自然に理解して頂けると思う．

現在では，浮力 Y は物体表面上に働く水の圧力の鉛直方向成分を物体表面上で積分して求める．ここでいう物体表面とは上で述べた点線のことである．これをガウスの積分定理で変形すれば，アルキメデスの原理が求まる．簡単のために2次元で考えると

$$Y=\int pn_y ds=\int \rho gyn_y ds=\rho g\iint \frac{\partial y}{\partial y}dxdy=\rho g\iint dxdy=\rho gV \tag{1}$$

となり，アルキメデスの原理が求まる．ここで， p は水の圧力， n_y は単位法線ベクトルの y 方向成分， ds は物体表面の線素，ρ は水の密度，g は重力加速度，x と y は水平方向と鉛直方向に取られた座標，V は体積（2次元の問題では面積）である．上で述べた“重力が上下逆になった場合の点線内の部分の重心を求める問題”であることが式(1)の最後の部分から理解されよう．

点線内の水は静止しているので当然ながら，物体表面（点線）に働く圧力の積分の水平成分 X は以下に示されるようにゼロになる．

$$X=\int pn_x ds=\int \rho gyn_x ds=\rho g\iint \frac{\partial y}{\partial x}dxdy=\rho g\iint 0\,dxdy=0 \tag{2}$$

物体表面（点線）上に働く水の圧力の鉛直成分が座標原点に造るモーメント M_{VC} は

$$M_{VC}=\int pn_y xds=\int \rho gyn_y xds=\rho g\iint \frac{\partial xy}{\partial y}dxdy=\rho g\iint x\,dxdy \tag{3}$$

となる．したがって，その着力点の x 座標を x_B として

$$M_{VC}=Yx_B \tag{4}$$

で定義すれば， x_B は

$$x_B=M_{VC}/Y \tag{5}$$

---

* ㈲数理解析研究所
原稿受付　平成 31 年 3 月 15 日
公開日　令和元年 5 月 27 日
春季講演会において講演　令和元年 6 月 3, 4 日

と求まる．これが浮心の水平位置である．

しかし，物体表面（点線）上に働く水の圧力の水平成分が座標原点に造るモーメント M_{HC} は

$$M_{HC} = -\int p n_x y ds = -\int \rho g y^2 n_x ds = -\rho g \iint \frac{\partial y^2}{\partial x} dxdy \qquad (6)$$
$$= -\rho g \iint 0\, dxdy$$

となる．したがって，その着力点の y 座標を y_B として

$$M_{HC} = -X y_B \qquad (7)$$

で定義すれば，y_B は

$$y_B = -M_{HC}/X = -0/0 \qquad (8)$$

となり求まらない．故に浮心の鉛直位置は不定である．

これは，物体の重心位置をどう決めるかという問題でも同じことが起きる．物体の姿勢を固定していると，その姿勢に対する重心の水平位置しか決まらない．そこで，どこでもよいので座標原点決めて x 軸と y 軸を決める．x 軸上で決まった水平位置に印をつけ，この点を通る鉛直線を引く．つぎに物体を90度回転させる．するとその姿勢での重心の水平位置が求まるので，上と同じように印をつけ，この点を通り鉛直線を引く．両直線の交点は重心に他ならない．

物体を90度回転させる代わりに，重力の方向が90度回転したとしてもよい．重力の着力点を一つに確定したければこれでよいであろう．ただし，上の議論では重力加速度は物体の大きさのスケールでは一定としている．物体の場所で重力加速度が変わるような場合は，剛体の力学では扱えない．

浮心の場合にも同じ考え方が適用できよう．しかし，納得されない人もおられると思うので，もう一つ別の方法を考える．物体を回転させないで，この問題を解決する方法はないであろうか？その答えは，点線の部分を一本の線で二つの部分AとBに分割することである．水の圧力による力を考えるわけであるから，二分線上に働く力は考えない．

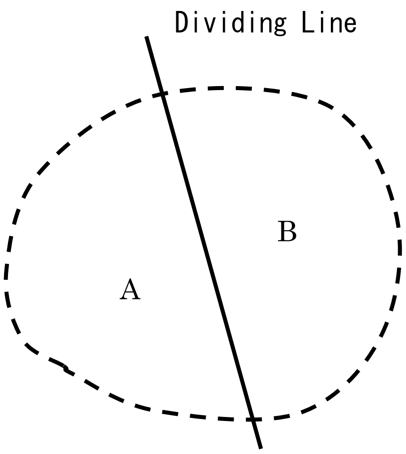

Fig. 1 Division of a region surrounded by a broken curve into subregions A and B.

今度は二分されたそれぞれの部分に対して，鉛直方向の力 Y_A と Y_B ばかりでなく水平方向の力 X_A と X_B もゼロに成らない．したがって各部分の着力点が決められる．各部分の Y 合力の着力点から全体の浮心の水平方向の位置が，各部分の合力の合力を考えると，その着力点から全体の浮力の着力点すなわち浮心の位置が決定される．

4. 結　　言

浮心の垂直位置が決まらないことが，いろいろな議論を呼んできた．筆者は元来この問題に興味があったわけではないが，ときどき論文が送られてきて，感想や判断を求められる．最近，難しい議論が出てして，混迷が収まっていない気がする．もともと難しい問題ではないと思うので，その点を強調するために，敢えて筆を取った次第である．そろそろきちんとした結論を出すべきと思うが，いかがであろうか？