

(昭和 38 年 11 月造船協会秋季講演会において講演)

# 極小造波抵抗の船型

正員 丸 尾 孟\*

正員 別 所 正 利\*\*

"Ships of Minimum Wave Resistance"

By Hajime Maruo, Member

Masatoshi Bessho, Member

## Summary

Detailed discussions are given to the problem of minimizing the theoretical wave resistance with special reference to the existence of the solution of the calculus of variation.

Rigorous solutions are given to the integral equations which express the condition of the minimum wave resistance of strut-like ship forms with infinite draft under various side conditions.

The solution determines the optimum shape of water line.

Optimum curves of sectional area of slender ships are calculated in a similar way. Resistance experiments are carried out with respect to the optimum forms, showing a good agreement with the theoretical result.

## 1 緒 言

ある限られた条件のもとに抵抗の極小となるような船型を見出すことは Froude 以来造船設計家あるいは船型学者の目標であり、試験水槽における模型抵抗試験も主としてこの目的のために行なわれて來たのである。一方船舶流体力学の発達によつて船体の受ける抵抗の解析的表示が研究せられるようになり、極小抵抗の船型を理論的に追求する試みも見られるようになった。Froude に従つて船体抵抗を粘性抵抗と造波抵抗とに分離するとき、この双方共船型によつて多かれ少なかれ影響を受けるものである。しかしながら粘性抵抗に対する船体の影響はそれが単に表面摩擦のみならず剥離とも密接な関係を有し、理論は現在の発展段階においてなおその詳細な解明に極めて不十分なものでしかない。一方造波抵抗は流体が非粘性であり且つ運動が線型化されると仮定するときは、Michell の積分によつてあらわすことができる。このような事情によつて粘性抵抗は一応度外視し造波抵抗のみについて、しかもこれが Michell の積分によつて与えられるものと仮定してこれを極小ならしめる問題が多くの研究者によつて取上げられてきた。この問題については Weinblum の著名な研究を挙げることができる。造波抵抗が船型方程式の汎関数として解析的表示を与えられているとき、これを極小ならしめることは純粹に数学的な問題、すなわち変分法の問題となる。ところがこの問題を解くにあたつてそこに内在するいくつかの本質的難点が指摘せられ学者間の論議を呼んだ。特に排水量を一定に保つとき Michell の積分を極小ならしめる解の存在に関する疑問は論争の中心となつたのであるが、最近になつてようやくこの問題にあらわれる方程式の性質が解明せられ、極小造波抵抗の問題にからむ論争に終止符が打たれた。この論文ではこれら問題点を明らかにすると共に、極小造波抵抗の問題はいかにして解が得られるのか、またその解が果して実際の現象と合致するものであるかを論じ、さらにその結果を船型の設計に応用する問題についても考察を加える。

## 2 在 来 の 研 究

船の造波抵抗が Michell の積分<sup>1)</sup>で与えられるとして、これを極小にする問題をはじめて取り上げたのは Weinblum<sup>2)</sup> であつた。Michell の公式において造波抵抗は船体表面の進行方向に対する傾きの長さおよび喫水

原稿受付 昭和 38 年 6 月 15 日

\* 横浜国立大学

\*\* 防衛大学校

方向の分布状態によつて決定される。このうち喫水方向の分布を造波抵抗が極小になるように選ぶことは Michell の積分の性質から考えるとおそらく意味が無いであろう。何となれば水面に攪乱を起こす源が水面深くなればなる程、生ずる波は指數関数的に減少するから、排水量をなるべく下に集めれば造波抵抗は小さくなるからである。そこで極小造波抵抗の船型を求めるることはもつばら前後の方向の排水量分布、言いかえると喫水線の形状、あるいは横切面積の形状が対象となる。船体の前後の方向に  $x$  軸を、鉛直上向きに  $Z$  軸を、横方向に  $y$  軸をとり、船体表面が

$$y = \pm f(x, z) \quad (1)$$

なる方程式で与えられるとする。複号は左右の玄で  $y$  の符号が違うからである。Weinblum の取つた方法は関数  $f(x, z)$  が  $x$  のみの関数と  $Z$  の関数の積、すなわち

$$f(x, z) = X(x)Z(z) \quad (2)$$

のような形にあらわされる場合を考え、 $Z$  方向の分布関数  $Z(z)$  は一定の形に定めておいて、 $x$  方向の分布関数  $X(x)$  を極小の条件によつて決定しようとするものであつた。このような方法はその後も極小造波抵抗の問題をとりあつかうのに常に採用されて來たものである。

Weinblum は  $X(x)$  を未定係数を持つ  $x$  の有限多項式であらわし、これを Michell の積分に代入したものと未定係数で微分して零と置くことにより極小の条件を実現させようとした。この場合実用上課せられる条件、すなわち排水量を一定に保つとか、幅を一定に保つとかいうような条件は、未定係数間に新たな関係式を加えることになるから、解を求める上に特に問題となるような難点は生じない。Weinblum がはじめに行なつた計算では、当時の計算能力の制約によつて多項式の項数はほんのわずかに止まつたために、極めて限られた結果しか得られなかつた。しかしながら Ritz の方法と呼ばれるこのような方法で極小造波抵抗の問題が解決されるものとすれば、最近の計算技術の進歩、特に電子計算機の導入によつてこの問題を解決することは極めて容易であることは論をまたない。事実 1957 年の J. S. T. G<sup>3)</sup> に発表された論文によると Weinblum はさらに項数を増した計算を行ない、広範囲にわたる計算結果を Hamburg 大学造船学研究所に表として用意してある由述べてある。ところがこのような極小値問題に本質的にひそむ数学的難点が Von Kármán<sup>4)</sup> によって指摘されるに及んで、この問題が単に数值計算によつて解決できるような生易しいものではないことが判明して來た。Kármán は極小値問題が結局は変分法の問題であり、喫水が無限大で水線形状が喫水方向に一様である筒型のを考えると、Michell の積分を排水量従つて水線面積を一定とする条件の下に極小にする条件は一つの積分方程式で与えられることを示してこの積分方程式の解の存在について検討を加えた。彼はこの積分方程式が直線のすきまにおける光の散乱の問題 (Sommerfeld の問題) にあらわれるものと同一であり、これがフルード数のある限られた範囲内でのみ解を有しそれ以外のフルード数では解が存在せず従つて Ritz の方法は結局収束しないと結論した。同じ頃 Paulenko<sup>5)</sup> は上述の積分方程式を多項式を用いて数值的に解を求めようとし、その結果はやはりフルード数によつて解の存在に限界があるような傾向を示した。ところがその翌年 Sretenski<sup>6)</sup> はこの積分方程式が二乗積分可能の解を有しないという見解を発表し、極小値問題の解の存在は最近に至るまで理論家の間で論議的となつて來た。解が存在するか否かという数学的な問題を度外視して Weinblum の方法にならつて極小造波抵抗の問題を取り扱つた研究はその後も発表されており、Paulenko と同様無限喫水については Shen および Kern<sup>7)</sup> が多項式を用いて積分方程式の解を求めようとし、実用的な船型については Wehausen その他<sup>8), 9)</sup>による計算結果がある。ところが、Karp, Kotik および Lurye<sup>10)</sup> は無限喫水の筒型船について水線面積を一定に保つとき Michell の積分を極小にするような解が存在しないことを証明し、Michell の公式に基盤をおくこれ迄の研究結果の価値について疑問が投げかけられた。しかし Karp 等は一方において Michell の公式にある変形を加えることにより極値問題の解を有する方程式が導かれることを示し、その解を電子計算機によつて純数值的に求め、極小造波抵抗の問題に解決の緒を与えた。

### 3 各種附加条件と極値問題の解の存在

本題に立ち入る前に造波抵抗理論が一つの線型理論であることを注意しておこう。線型理論とは言うまでもなく厳密解を適当に選んだ微小パラメーターで展開したときの初項のみとり、高次の項を省略するものであつて、流体を非粘性と仮定し、パラメーターとして船の幅と長さの比をとつたものが Michell の理論である。これは Stoker<sup>11)</sup> の示したように線型理論として極めて整つた論理的構成を持つために、水上船の造波抵抗理論として

考え得る唯一のものとさえ見られて来たところが著者の一人によつて指摘されたように<sup>12)</sup>実用船型の寸法比においては Michell の理論における基礎仮定が成立しない。従つて実用船型の造波抵抗を計算する目的には Michell の理論は適さない。しかしながらここでは造波抵抗の計算が目的ではなく、抵抗の極小になる形状を求めるようとするどちらかといえれば定性的な問題を対象としているから、Michell の理論を出発点として考えることも許されるであろう。Michell の理論の基礎仮定として幅が長さに比して小さいばかりでなく、喫水に比しても十分に小さいと考えている。すなわち喫水の深く幅の狭いわば薄い形状の船を取り扱うのである。長さ  $2l$  喫水  $T$  の船が速力  $U$  で進むとき、その造波抵抗を与える Michell の積分はよく知られているように、船体表面を(1)の方程式であらわすとき

$$R = \frac{4\rho g^2}{\pi U^2} \int_1^\infty (I^2 + J^2) \frac{\lambda^2}{\sqrt{\lambda^2 - 1}} d\lambda \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} I \\ J \end{aligned} \right\} = \int_{-l}^l dx \int_{-T}^0 \frac{\partial f(x, z)}{\partial x} \frac{\cos(\kappa x \lambda)}{\sin(\kappa x \lambda)} e^{\kappa z \lambda^2} dz \quad (4)$$

で与えられる。但し  $\rho$  は水の密度、 $g$  は重力の加速度であり、 $\kappa = g/U^2$  である。極小値問題を論ずるにあたつて既に述べたように船型関数  $f(x, z)$  を(2)式の形におく、 $Z(z)$  が一般的の形をとるときは積分方程式の解を解析的にあらわすことができないので、解の特性について論ずるにあたつては喫水が無限大で且つ水線形状が喫水方向に一様な筒型の船型を考える。この場合には解が解析的な形にあらわすことができ、また喫水が有限の場合でも解の本質的な特性は変わらない。このとき

$$Z(z) = 1$$

であるから

$$f(x, z) = X(x) \equiv f(x)$$

と書くことができる。 $T = \infty$  として(4)式をまず  $Z$  で積分し、(3)に代入すると

$$R = \frac{4\rho U^2}{\pi} \int_1^\infty \frac{d\lambda}{\lambda^2 \sqrt{\lambda^2 - 1}} \int_{-l}^l \int_{-l}^l \frac{df(x)}{dx} \frac{df(x')}{dx'} \cos' \{ \kappa \lambda (x - x') \} dx dx' \quad (5)$$

が得られる。極小値問題を考えるにあたり、まず船の長さを一定としよう。これはまたフルード数の一定の値について考えることもある。言うまでもなく幅の零な船は造波抵抗も零であるという明白な事実から、造波抵抗を極小にする問題では実際問題として必要な各種の条件が付加されて来る。最も簡単な場合として水線面積が一定に保たれるという条件のもとに(5)の右辺を極小ならしめる問題を考える。これは喫水の有限な場合は排水量が一定に保たれるという条件に相当する。Michell の理論ではその仮定から  $f(x)$  は両端で零となる場合を考えるのであるから、この条件は

$$2 \int_{-l}^l f(x) dx = -2 \int_{-l}^l \frac{df}{dx} x dx = A_w = \text{const.} \quad (6)$$

となる。ここに  $A_w$  は水線面積である。変分法によると(6)の条件のもとに(5)を極小ならしめるために十分な条件は次のような方程式が成立することである。

$$\int_1^\infty \frac{d\lambda}{\lambda^2 \sqrt{\lambda^2 - 1}} \int_{-l}^l \frac{df(x')}{dx'} \cos \{ \kappa \lambda (x - x') \} dx' + kx = 0 \quad (7)$$

ここに  $k$  は未定の常数で、(6)の  $A_w$  によつて決まるものである。(7)は未知関数  $df/dx$  に関する第1種積分方程式と見ることができるが、この方程式は実は  $k=0$  のときに限つて  $df/dx=0$  なる唯一の解を有し、 $k$  が有限なときには解が存在しないことが証明できる。 $k=0$  における解は(6)を満足できないから排水量一定の条件の下に Michell の積分を極小ならしめる問題は解が存在しないという結論に達する。一方 Michell の積分は船体中心の鉛直面上に吹き出し吸い込みの分布があるときの造波抵抗を与えるものと見てもよいことが Havelock<sup>13)</sup> によつて示されているので、鉛直面上に分布する吹き出し吸い込みを仮定して造波抵抗を論ずるときは極値問題の解が存在せず、従つて Weinblum およびその後継者達のとつた方法により極小造波抵抗の船型を求めようとする試みは適當ではなかつたことになる。しからばいかにして造波抵抗極小の船型を求めることが可能となるのであろうか。いま Michell の積分(5)を  $x$  および  $x'$  についてそれぞれ部分積分すると

$$R = \frac{4\rho g^2}{\pi U^2} \int_1^\infty \frac{d\lambda}{\sqrt{\lambda^2 - 1}} \int_{-l}^l \int_{-l}^l f(x) f(x') \cos \{ \kappa \lambda (x - x') \} dx dx' \quad (8)$$

が得られる。さきに述べたように Michell の式は鉛直面上の吹き出し吸い込み分布による造波抵抗と同等であり、

このとき  $df/dx$  は吹き出し密度に比例する。(8)式について同様の対応を考えるとき、これは鉛直面上に  $x$  方向の軸を持つ二重吹き出し分布があるときの造波抵抗と同等であることが言える。このとき二重吹き出しの密度は  $f(x)$  に比例する。そこで(8)式を二重吹き出し分布による造波抵抗と考えると、 $f(x)$  は両端の点で零になる必要はない。但しこのとき  $f(x)$  がそのまま水線形状を与えるとは言い得ないので、(6)式左辺の積分は水線面積を与えることにはならず、従つて水線面積一定の条件を厳密に入れることができないという難点がある。そこでこの場合は問題の立て方を変えて、二重吹き出しの総和を一定に保つて(8)を極小にするような  $f(x)$  を求めることを考えよう。この方法は付加条件が船型と直接結びつかない不便さがあるが、G.I. Taylor<sup>14)</sup> によると一様な流れの中に置かれた細長い物体を二重吹き出し分布で置きかえるとき、その総和が物体の体積に比例するとした際の誤差は物体の流れの方向に関する付加質量係数の程度であり、これは長さの比の2乗程度の大きさになるから線型理論の仮定においては無視し得る量である。従つて二重吹き出しの総和が一定であるということは、いまの場合排水量あるいは水線面積が一定であることを意味すると見て差し支えない。そこで(6)式を前と同様に水線面積一定の条件とみて(8)を極小にすることを考える。変分法によると  $k$  を未定常数として、

$$\int_1^\infty \frac{d\lambda}{\sqrt{\lambda^2-1}} \int_{-l}^l f(x') \cos \{\kappa \lambda (x-x')\} dx' - k = 0 \quad (9)$$

なる積分方程式が得られる。積分順序を変えて第2種ペッセル関数の積分表示

$$Y_0(x) = -\frac{2}{\pi} \int_1^\infty \cos(x\lambda) \frac{d\lambda}{\sqrt{\lambda^2-1}}$$

を用いると

$$-\frac{\pi}{2} \int_{-l}^l f(x') Y_0 \{\kappa(x-x')\} dx' = k \quad (10)$$

が得られる。一般に

$$\int_{-l}^l f(x') Y_0 \{\kappa(x-x')\} dx' = F(x) \quad (11)$$

なる形の方程式は最初 Dörr<sup>15)</sup> によって解が求められた。(10) は (11) の特別な場合であつて零でない唯一の解が見出だされる。すなわち問題をこのように立てるときは解が求められるのである。但し(11)の積分方程式はその核に  $x=x'$  おいて対数的特異点を有するために、その解は  $\Phi(x)$  を  $|x| \leq l$  で有界な関数として

$$f(x) = \frac{\Phi(x)}{\sqrt{l^2-x^2}} \quad (12)$$

の形をもつ。そのため  $f(x)$  は両端で無限大となり、このような特性は喫水を有限としたときも変わらない。従つて  $f(x)$  は両端に特異点を有する関数となり Weinblum 等が仮定したように多項式で近似できる性質のものではない。以上より水線面積あるいは排水量を一定に保つ条件の下に造波抵抗を極小とするような解は存在するが、これより得られる水線形状は普通考えられるような前後端の尖つた、あるいは多項式であらわし得るものではなく、Michell の公式(3)あるいは(5)がそのままあてはまらないような種類のものであることがわかる。Pavlenko<sup>5)</sup> や Shen および Kern<sup>7)</sup> は(10)の方程式を取扱つたにもかかわらず、解を多項式においてたためにその結果に種々の難点を生じ、特にフルード数の低い所で  $f(x)$  の値に負があらわれるという誤った結果があらわれた。Karp 等<sup>10)</sup>は方程式(10)の解が(12)の形にあらわされることに留意し、 $\Phi(x)$  を電子計算機によつて数值的に求めようと試みた。彼らは 0.38 以上の高いフルード数において十分正確な結果を得ることに成功したのであるが、これより低いフルード数における解は極めて不安定な傾向を示し、数值的方法に限界のあることが認められた。次に以上とは異つた付加条件として中央における幅を一定に保つことを考えよう。このとき水線面積は変化し得るものとする。著者の一人<sup>16)</sup>によると、この場合には変分法における極小の条件をあらわす Euler の方程式が不確定となり、解が存在しないことが判明した。幅と共に水線面積を一定に保つ場合、すなわち肥せき係数を一定として極値問題を解こうとする場合も同様の困難に逢着する。従つて厳密な意味において幅を一定とする条件のもとにおいて極小造波抵抗の形状を求ることは不可能である。しかしながら幅を一定におさえる問題は実用的観点からすればその解答が強く要望される所である。そのためには次のような二つの解決法が考えられる。積分方程式の解はその固有関数が求められればその級数としてあらわし得る。そこで解を積分方程式(11)の固有関数で展開し、極値の条件によつて係数を形式的に決定するとき、級数を無限項とすればこれが発散級数になるのであるが、その有限項をとつて近似解とする方法がその一つである。このようにできるのは次の

ような理由による。速度をあらわすのにフルード数の逆数の平方

$$\kappa_0 = gl/U^2$$

をとると、フレード数の小さいとき  $\kappa_0$  は十分に大きな値となる。ここに得られた級数は発散級数ではあるけれども、 $\kappa_0$  を大きくすることにより始めの数項を残りの項に対していくらでも大きくすることができる。すなわちこの級数は  $\kappa_0$  に関する漸近級数になつていて、そこでフルード数のあまり大きくない所、すなわち  $\kappa_0$  の十分に大きい所では始めの数項によつて解を近似的にあらわすことができる。第二の方法は幅が一定の条件を棄ててこれに代るべき条件を用いるものである。幅に代用する条件として喫水面の中央横切面に関する二次モーメントを一定とする条件を考える。これは幅が一定の条件と水線面積あるいは排水量一定の条件とが共に存在する場合に有効である。このとき付加される条件は  $f(x)$  が水線を近似的にあらわすと見て

$$2 \int_{-l}^l f(x) x^2 dx = \text{const.} \quad (13)$$

である。この条件と水線面積一定の条件(6)とのもとに(8)式右辺を極小にするためには変分法により次の関係が成立すべきである。 $k_1, k_2$  を未定常数として

$$\int_{-l}^l f(x') Y_0 \{ \kappa(x-x') \} dx' + k_1 + k_2 x^2 = 0 \quad (14)$$

これは(11)の形の積分方程式であり、従つて解が存在する。第一の方法は幅が一定の条件を厳密に考慮した極値問題の近似解を求めようとするものであるのに対して、第二の方法は幅一定の条件は近似的に考え、極値問題の厳密解を求めようとするものである。計算結果によるとこれら両者によつて得られた形状はほとんど一致する。Michell の積分(3)の形より等しい排水量において前後非対称の船型は対称の船型に比して造波抵抗が常に大きいことが容易にわかる。従つて理論上極小造波抵抗の船型は前後対称である。しかしこれは粘性を無視した結果であつて、粘性の存在する実在の流体ではこれと異なる結果の得られることが実験的に示されている。粘性を無視したままで前後非対称の船型を考えることはあまり意味が無いように思われるけれども、浮心の位置を中心から前後にずらせた場合の造波抵抗も場合によつては論ずる必要があるから、浮心位置を中央横切面以外の点に定めたとき造波抵抗を極小ならしめるところを考える。このときは  $f(x)$  を対称部分  $f_1(x)$  と反対称部分  $f_2(x)$  とに分ける。造波抵抗は  $f_1$  による部分と  $f_2$  による部分との単なる和になるので反対称部分が加われば必ず造波抵抗は増加する。また水線面積は  $f_1$  のみに関係し、また浮心位置は  $f_2$  に関係する。従つて  $f_1$  は水線面積を一定としたときの解であり、 $f_2$  は浮心位置を一定とする条件のもとで決定される。浮心位置が中央より  $\alpha l$  だけ前にあるとすれば、 $f(x)$  が水線形状を近似的にあらわすものとして

$$2 \int_{-l}^l f_2(x) x dx = A_w \alpha l \quad (15)$$

である。このとき  $f_2$  による造波抵抗を極小ならしめる条件は

$$\int_{-l}^l f_2(x') Y_0 \{ \kappa(x-x') \} dx' + k_2 x = 0 \quad (16)$$

であり、これはまた(11)の形の積分方程式であるから解が存在する。

#### 4 無限喫水の極小造波抵抗船型

前節で喫水の無限に大きい水線形状の一様な筒型の船では多くの場合に極小造波抵抗を与える厳密解が求められることを示した。ここでは具体的に計算結果を示そう。まず水線面積を一定として造波抵抗を極小ならしめる問題を考える。まず

$$\xi = x/l \quad \xi' = x'/l' \quad (17)$$

と置き、水線の平均幅

$$\bar{B} = A_w / 2l \quad (18)$$

を用いて  $f(x)$  を無次元の形で

$$f(x) = \frac{1}{2} \bar{B} \varphi(x) \quad (19)$$

とあらわす。造波抵抗は(8)より

$$R = -\frac{1}{2} \rho U^2 \bar{B}^2 \kappa_0^2 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \varphi(\xi) \varphi(\xi') Y_0 \{ \kappa_0 (\xi - \xi') \} d\xi d\xi' \quad (20)$$

となるから、これを無次元の形で

$$\begin{aligned} R^* &= \frac{R}{\frac{1}{2} \rho U^2 \bar{B}^2} \\ &= -\kappa^2 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \varphi(\xi) \varphi(\xi') Y_0 \{ \kappa_0 (\xi - \xi') \} d\xi d\xi' \end{aligned} \quad (21)$$

とする。水線面積一定の条件は(6)より

$$\int_{-1}^1 \varphi(\xi) d\xi = 2 \quad (22)$$

また積分方程式(10)は

$$-\int_{-1}^1 \varphi(\xi') Y_0 \{ \kappa_0 (\xi - \xi') \} d\xi' = \frac{4k}{\pi \bar{B} l} = k' \quad (23)$$

となる。変数を

$$\xi = -\cos \theta \quad \xi' = -\cos \theta' \quad (24)$$

と変換し、さらに

$$\varphi(\xi) = \frac{\sigma(\xi)}{\sin \theta} \quad (25)$$

とおくと(20)は

$$-\int_0^\pi \sigma(\theta') Y_0 \{ \kappa_0 (\cos \theta' - \cos \theta) \} d\theta' = k' \quad (26)$$

となる。これを解くのに Dörr<sup>15)</sup> によつて見出され著者の一人<sup>16)</sup>により改良された純解析的方法を用いればフルード数のいかんにかかわらず厳密解が求められる。解法の詳細については文献<sup>16)</sup>あるいは文献<sup>12)</sup>の付録を参照されたい。解法の原理は(26)あるいはもつと一般的に

$$\int_0^\pi \sigma(\theta') Y_0 \{ \kappa_0 (\cos \theta' - \cos \theta) \} d\theta' = g(\theta) \quad (27)$$

なる積分方程式の固有関数が整数次の Mathieu 関数  $ce_n(\theta)$  であることを用いるのである。 $ce_n(\theta)$  は  $0 \leq \theta \leq \pi$  の区間で閉じた直交関数系を形づくつているから任意関数をその Fourier 級数に展開することができる。(26) のように  $g(\theta)$  が  $\theta = \frac{\pi}{2}$  に関して対称ならば偶数次のみの級数となり

$$g(\theta) = g_0 ce_0(\theta) + g_2 ce_2(\theta) + \dots \quad (28)$$

一方 Mathieu 関数は積分方程式の固有関数であるから固有値を  $1/2 \mu_n$  とすれば

$$-\int_0^\pi ce_n(\theta') Y_0 \{ \kappa_0 (\cos \theta' - \cos \theta) \} d\theta' = 2 \mu_n ce_n(\theta), \quad (29)$$

となる。そこで  $\sigma(\theta)$  を

$$\sigma(\theta) = a_0 ce_0(\theta) + a_2 ce_2(\theta) + \dots \quad (30)$$

と置き、(27)の左辺に代入して  $ce_n(\theta)$  の等しい次数の項の係数を比較すれば

$$a_{2n} = -\frac{g_{2n}}{2 \mu_{2n}} \quad (31)$$

として係数が決定され、 $\sigma(\theta)$  が Mathieu 関数として求められる。(26)の場合には

$$g(\theta) = -k' \quad (32)$$

である。Mathieu 関数は三角関数の級数、例えば

$$ce_{2n}(\theta) = A_0^{(2n)} + A_2^{(2n)} \cos 2\theta + A_4^{(2n)} \cos 4\theta + \dots \quad (33)$$

であらわすことができるから、このときの係数  $A_0^{(2n)}, A_2^{(2n)}, \dots$  等が与えられれば三角関数の演算によつて計算を行なうことができる。未定常数  $k'$  はまた水線面積一定の条件から

$$\int_0^\pi \sigma(\theta) d\theta = 2 \quad (34)$$

なる関係によつて決定される。このようにして  $\sigma(\theta)$  を  $\theta$  の関数として求め、(25)によつて  $\varphi(\xi)$  を計算した結果が Fig. 1 である。 $\sigma(\theta)$  は  $\theta = 0$  および  $\pi$  で有限値をとるから  $\varphi(\xi)$  は  $\xi = \pm 1$  すなわち両端の点で無限大となる。 $\varphi(\xi)$  すなわち  $f(x)$  の値は今の場合二重吹き出しの密度を与えるものであるが、この場合水線がど

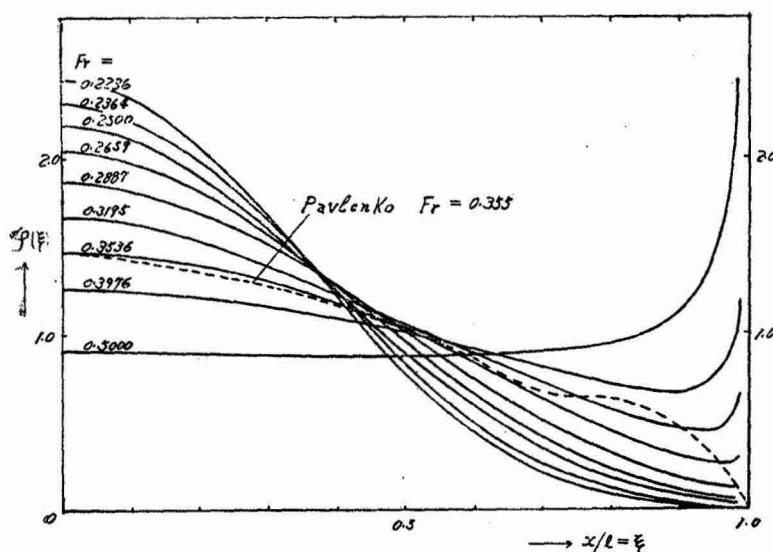


Fig. 1

この部分では  $f(x)$  はそのまま水線の形状を与えると考えてもよい。 $\theta=0$  および  $\pi$  の付近で  $\varphi(-\cos\theta)$  はほとんど  $\sigma(0)/\sin\theta$  によって支配される。従つて  $(l^2-x^2)^{-1/2} \times \text{const.}$  なる二重吹き出し分布が一様な流れの中に置かれている場合の流線の形が計算されれば、水線の  $x=\pm l$  付近の形状はこれで近似することができる。この流線の形状は Karp 等によつて与えられた。このような方針で  $A_w/4l^2=0.08$  として  $\kappa_0$  が 4,  $\sqrt{24}$ , 6 すなわちフルード数が 0.3536, 0.3195 および 0.2887 において最適の形状を求めた結果が Fig. 2 に示してある。これより極小造波抵抗を与える船型は船首尾端が有限の半径を持つ筒型であり、端点における正切は従来考へられて来た船型とは異なり無限大であることがわかる。両端の丸味はフルード数が高くなる程大きくなり、例えはフルード数 0.5 以上では前後がふくらんで中央が細くくびれた実用には程遠い形となる<sup>10,17)</sup>。しかしこれはあくまでも無限奥水として計算した結果であるから、奥水の小さい普通の船型では次節に示すようにこの様な形とはならない。Fig. 2 に示すように中以下のフルード数では両端の丸味は比較的小さいので、Fig. 1 より得られる  $f(x)$  の曲線の無限大に上昇する部分を適当に丸めて、その内部の面積を  $f(x)$  を積分した値に等しくとれば実用上差支えない程度の近似的水線が得られる。但し丸味の前端はほんの僅かながら  $x=\pm l$  より外へ來るので厳密には船体の全長は  $2l$  よりやや大きくなる。Fig. 1 に点線で示してある曲線は Povlenko<sup>5)</sup> が多項式を用いて(23)の積分方程式の解を計算した結果である。この曲線は端近くに著しい彎曲を有し、いわゆる Swan neck の形状を示している。これは明らかに解を多項式に仮定した結果であつて、厳密解はこのような彎曲は持たないからこの方法によつて誤った結果の得られていることを示すものである。次に幅を一定に保つたとき造波抵抗が極小になる形状を考えよう。前節に述べたようにこの場合は厳密解が存在しないが、 $\kappa_0$  の十分大きいときは(30)の級数の最初の数項をとつて近似解が求められる。このため(30)の級数を(21)に代入すると

$$R^* = \pi \kappa_0^2 (\mu_0 a_0^2 + \mu_2 a_2^2 + \mu_4 a_4^2 + \dots) \quad (35)$$

が得られる。一方中央の幅すなわち  $\xi=0$  における  $\varphi(\xi)$  の値は

$$\sigma\left(\frac{\pi}{2}\right) = a_0 ce_0\left(\frac{\pi}{2}\right) + a_2 ce_2\left(\frac{\pi}{2}\right) + a_4 ce_4\left(\frac{\pi}{4}\right) + \dots \quad (36)$$

のような形となるかが問題である。これを厳密に知ろうとするには一様な流れの中にここに得られたような二重吹き出しの分布が置かれた時の流線を追跡しなければならないが、これには煩雑な計算を必要とする。しかしながら今の計算の基礎になつてゐる理論は線型化の仮定のもとに立てられたものであるから、高次の微小量を省略した結果に意味がある。線型化の仮定として幅が長さに比して微小であると考えているから、両端の近くを除いては  $df/dx$  は微小量であると考えてよい。従つてこのときは Michell の仮定が成立し、 $df/dx$  は水線の  $x$  軸に対する勾配に等しいと考えることができる。そこで

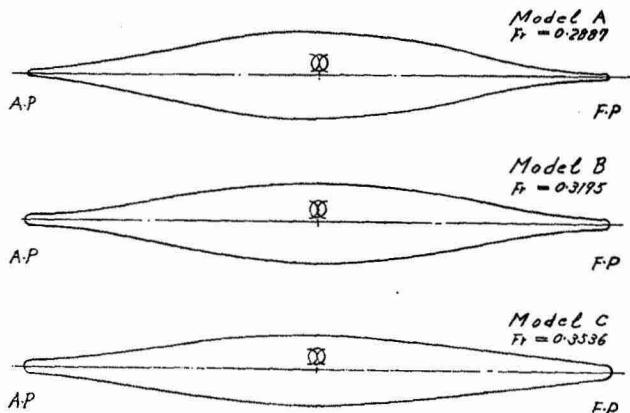


Fig. 2

である。 $\varphi_{(0)}$  を一定として  $R^*$  の極小になるような係数を決定するには  $k$  を未定常数として

$$T(a_0, a_2, a_4, \dots, k) = R^* + k \left[ \sigma \left( \frac{\pi}{2} \right) - \text{const} \right] \quad (37)$$

を  $a_0 a_2 a_4 \dots$  および  $k$  の関数として

$$\frac{\partial T}{\partial a_0} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial a_2} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial a_4} = 0, \dots, \frac{\partial T}{\partial k} = 0 \quad (38)$$

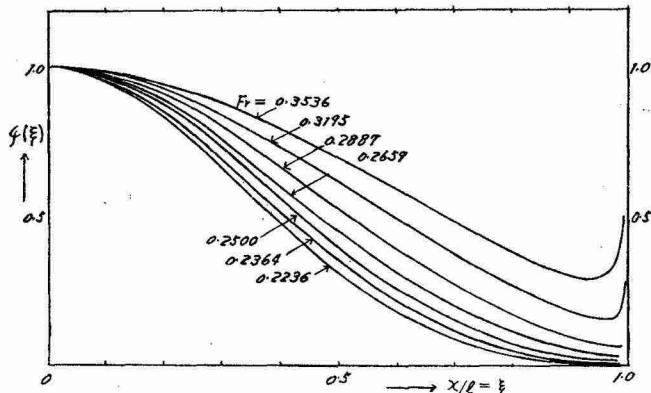


Fig. 3

を解けばよい。はじめの三項をとつて  $a_0, a_2, a_4$  を計算すると  $\kappa_0 = 4$  以上すなわちフルード数が 0.3536 以下で解が求められた。これより  $\varphi(\xi)$  の形を求めたのが Fig. 3 である。これを Fig. 1 と比較すると特にフルード数の小さい所でほとんど相似となり、一定の水線面積で極小造波抵抗を与える形状は幅を一定として比較したときにも造波抵抗が極小になることがわかる。Fig. 1 に示してある  $\varphi(\xi)$  の  $\xi = 0$  における値は水線面積係数の逆数を与えると考えてよい。従つてこれより各フルード数に対して最適の水線面積係数が得られる。たとえばフルード数 0.2887 での値は 0.5378、またフルード

数 0.250 で 0.4591 となる。これらの値は実用的観点よりすれば少し小さ過ぎる。そこで肥せき係数を一定値におさえて最適の形状を求める問題が起こる。このときは水線面積を一定とし且つ幅も一定に保つ場合である。それには(37)の代りに

$$T(a_0, a_2, a_4, \dots, k_1, k_2) = R^* + k_1 \left[ \int_0^\pi \sigma(\theta) d\theta - 2 \right] + k_2 \left[ \sigma \left( \frac{\pi}{2} \right) - \text{const} \right] \quad (39)$$

として

$$\frac{\partial T}{\partial a_0} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial a_2} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial k_4} = 0, \dots, \frac{\partial T}{\partial k_1} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial k_2} = 0 \quad (40)$$

を解いて各係数を決定すればよい。いま第一の問題すなわち水線面積のみ一定に保つたとき極小造波抵抗を与える  $\sigma(\theta)$  を  $\sigma_0(\theta)$  と書き、最適の水線面積係数を  $\delta_0$  と書けば、水線面積係数が  $\delta$  のときの  $\sigma(\theta)$  は

$$\sigma(\theta) = \sigma_0(\theta) + \sigma_1(\theta) \left( \frac{1}{\delta} - \frac{1}{\delta_0} \right) \quad (41)$$

と書くことができる。計算の結果によると  $\kappa_0 = \sqrt{24}$  以上すなわちフルード数が 0.3195 以下で解が求められ

$$\varphi_1(\xi) = \sigma_1(\theta) / \sin \theta \quad (42)$$

を計算した結果は Fig. 4 に示す如くなる。一例として水線面積係数が 0.60 のとき形状を計算したのが Fig. 5 である。前節で述べた如く幅を一定とする代りに奥水面の二次モーメントを一定に保つときは極値問題が厳密に解ける。Fig. 4 に点線で示したのはその結果でありフルード数があまり大きくなれば両者はほとんど一致する。参考までに Weinblum 等<sup>3)</sup> が奥水面を長さの 1/20 としたとき多項式を用いて計算した結果を Fig. 5 に点線で示した。曲線の全体としての傾向は似ているけれども端点付近の形状にかなりの相異が見られる。特に比較的高速において Swan neck があらわれ、多項式を用いたための誤差を示している。最良船型の造波抵抗すなわち造波抵抗の極小値は(35)式に求められた係数  $a_0 a_2 \dots$  を代入すれば得られるが、肥せき係数を自由にとつた真の最

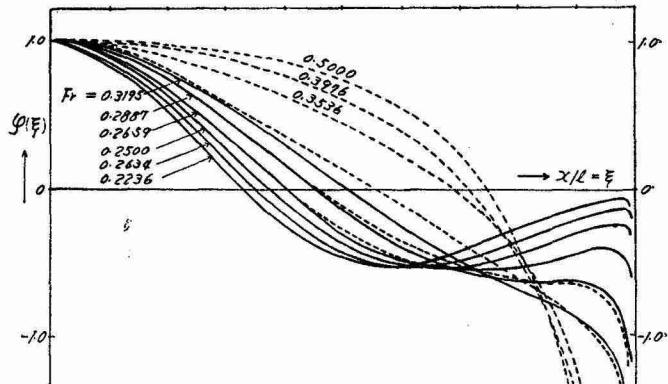


Fig. 4

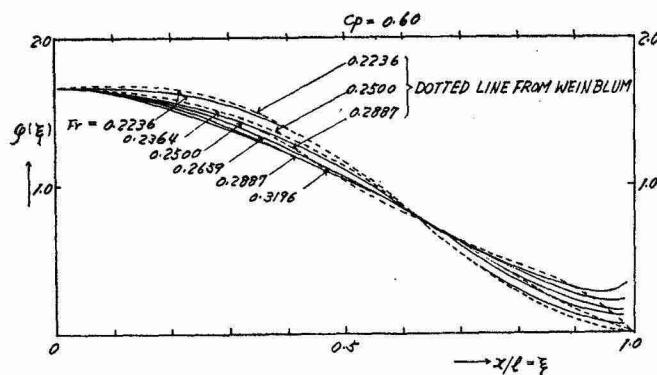


Fig. 5

良船型では(23)式を(21)に代入して(22)を用いると

$$R_0^* = 2 \kappa_0^2 k' \quad (43)$$

が得られる。しかし肥せき係数を一定、すなわち幅を一定に保つたときの値は

$$R^* = R_0^* + R_1^* \left( \frac{1}{\delta} - \frac{1}{\delta_0} \right)^2 \quad (44)$$

の形となり、肥せき係数が最適値  $\delta_0$  よりはずれると必ず増加する。Fig. 6 に各フルード数について肥せき係数による無次元造波抵抗の極小値が示してある。最後に浮心位置を中心よりずらせる問題を考える。このとき  $f(x)$  に加え

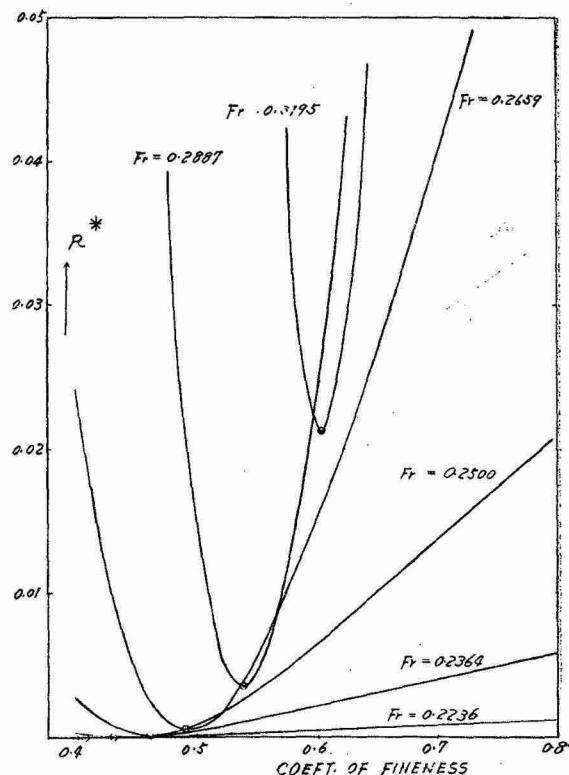


Fig. 6

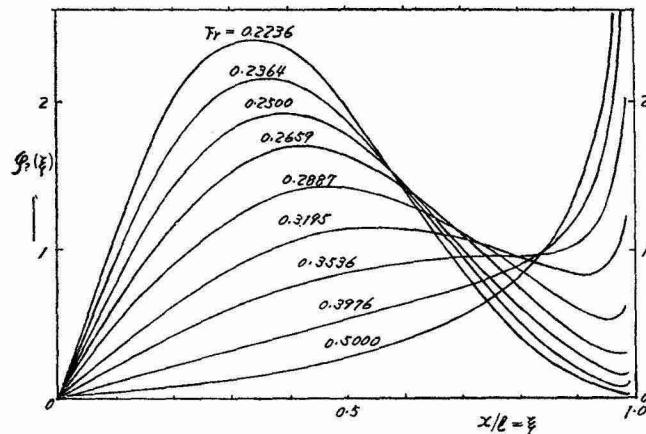


Fig. 7

るべき非対称部分は(16)の積分方程式を解いて得られる。

Fig. 7 はその結果を示す。このときの造波抵抗は

$$R^* = R_0^* + R_2^* \alpha^2 \quad (45)$$

で与えられる。Fig. 8 には  $R_0^*$ ,  $R_1^*$ , および  $R_2^*$  の値がフルード数に対して曲線で示している。

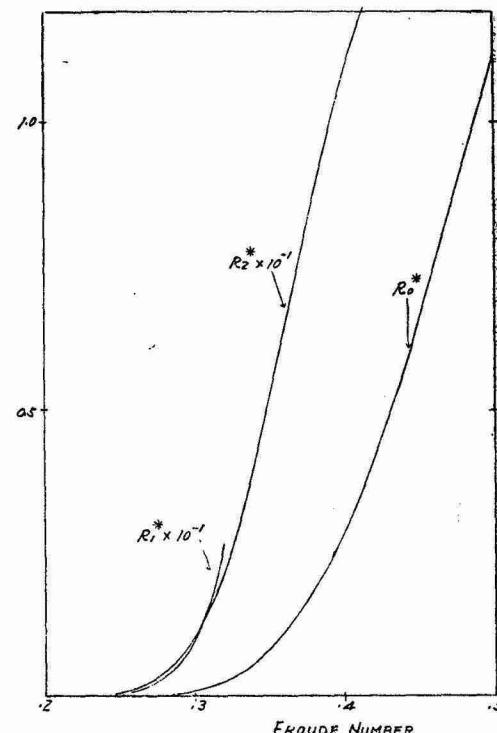


Fig. 8

## 5 噫水の浅い場合の極小造波抵抗船型

前節ではもっぱら呑水の無限に大きい筒型の形状に関する計算結果を示したのであるが、呑水が有限な実際の船では結果が異なつて来ることが予想される。Weinblum 等は Michell の積分において呑水を有限として計算を行なつたのであるが、その解法に難点のあることは既に述べた。吹き出し分布に対する式と考えられる Michell の積分の代りに、二重吹き出し分布に対する式をとり

(2)式を仮定して  $X(x)$  に関する積分方程式を無限喫水の場合と同様の方法で立て、これが対数核を有し解が(12)の形を持つことを考慮して解を求めれば有限喫水の場合の極小造波抵抗船型が得られる。しかし無限喫水の場合と異なり積分方程式の固有関数が求められないので解法には純数値的方法を用いねばならぬ。一方すでに述べたように喫水が半幅より一般に小さい実用船型に対して Michell の理論は適用できないという事実がある。このような場合にはむしろ幅喫水共に長さに比して小さい細長い船として取り扱つた方が事実に近い結果が得られる。文献<sup>12)</sup>に述べられているように、細長い船の造波抵抗を与える式は Michell の積分で喫水を無限に小さくした極限値に等しいことがわかつている。しかし Michell の積分で単に喫水を零にしたのでは積分が発散するという難点があり、これを避けるために水線が両端で有限な正切を有すると仮定して部分積分を有限な形にしている。ところが極小造波抵抗の船型においては水線両端における正切は有限でないもので、部分積分によつて得られた公式を用いることはできぬ。そこでまず有限喫水の Michell の式より出発し、極小条件をあらわす積分方程式においてはじめて喫水が微小であるという条件を用いる。(4)でまず  $\zeta$  に関する積分を行ない、横切面積を  $A(x)$  とする。(3)に代入して書き直すと

$$R = \frac{1}{2} \rho U^2 \kappa^2 \int_{-l}^l \int_{-l}^l \frac{dA(x)}{dx} \frac{dA(x')}{dx'} K\{\kappa(x-x')\} dx dx' \quad (46)$$

のような形の式が得られる。いま、排水容積を  $V$  とし  $A(x)$  を無次元表示するために

$$A(x) = \frac{V}{2l} S(\xi) \quad (47)$$

と置く。さらに排水量長比を  $C_v$  とすると造波抵抗は

$$R = 8 \rho U^2 l^2 \kappa_0^2 C_v^2 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \frac{dS(\xi)}{d\xi} \frac{dS(\xi')}{d\xi'} K\{\kappa_0(\xi-\xi')\} d\xi d\xi' \quad (48)$$

と書くことができる。排水量を一定とすれば  $C_v$  は一定であり、また

$$\int_{-1}^1 S(\xi) d\xi = 2 \quad (49)$$

である。そこで

$$R^{**} = \frac{R}{8\rho U^2 l^2 C_v^2} \quad (50)$$

を(49)の条件のもとに極小にする問題を考えると変分法により

$$\kappa_0^2 \int_{-1}^1 \frac{dS(\xi')}{d\xi'} K\{\kappa_0(\xi-\xi')\} d\xi' + k\xi = 0 \quad (51)$$

なる積分方程式が得られる。今

$$K(x) = \frac{d^2}{dx^2} L(x) \quad (52)$$

と置き(51)を  $\xi$  で 2 回積分すると  $k_1, k_2$  を積分常数として

$$\kappa_0^2 \int_{-1}^1 \frac{dS(\xi')}{d\xi'} L\{\kappa_0(\xi-\xi')\} d\xi' + k_2 + k_1\xi + \frac{1}{6} k\xi^3 = 0 \quad (53)$$

となる。いま(2)式で  $Z(z)=1$  として(3)および(4)式より関数  $K$  を求める

$$K\{\kappa_0(\xi-\xi')\} = \frac{2}{\pi(\kappa T)^2} \int_1^\infty (1-e^{-\kappa T \lambda^2})^2 \cos\{\kappa_0 \lambda (\xi-\xi')\} \frac{d\lambda}{\lambda^2 \sqrt{\lambda^2-1}} \quad (54)$$

となるから二度積分すれば

$$L\{\kappa_0(\xi-\xi')\} = -\frac{2}{\pi \kappa_0^2 (\kappa T)^2} \int_1^\infty (1-e^{-\kappa T \lambda^2})^2 \cos\{\kappa_0 \lambda (\xi-\xi')\} \frac{d\lambda}{\lambda^4 \sqrt{\lambda^2-1}} \quad (55)$$

が得られるが、この式で  $T$  が微小であるとしてこれを零とした極限値を求める

$$L\{\kappa_0(\xi-\xi')\} = -\frac{2}{\pi \kappa_0^2} \int_1^\infty \cos\{\kappa_0 \lambda (\xi-\xi')\} \frac{d\lambda}{\sqrt{\lambda^2-1}} = \frac{1}{\kappa_0^2} Y_0\{\kappa_0(\xi-\xi')\} \quad (56)$$

したがつて積分方程式(53)は

$$\int_{-1}^1 \frac{dS(\xi')}{d\xi'} Y_0\{\kappa_0(\xi-\xi')\} d\xi' + k_2 + k_1\xi + \frac{1}{6} k\xi^3 = 0 \quad (57)$$

極小造波抵抗を与える船型は前後対称であるから  $dS(\xi')/d\xi'$  は奇関数である。従つて

$$k_2=0$$

となる。前と同様に(24)によつて  $\xi, \xi'$  を  $\theta, \theta'$  に換え、今度は

$$\frac{dS(\xi)}{d\xi} = \frac{\sigma(\theta)}{\sin \theta} \quad (58)$$

と書くと(57)式は

$$\int_0^\pi \sigma(\theta') Y_0 \{ \kappa_0 (\cos \theta' - \cos \theta) \} d\theta' + k_1 \cos \theta + \frac{k}{24} (3 \cos \theta + \cos 3\theta) = 0 \quad (59)$$

が得られる。これは(27)の形の積分方程式であるから前節に示した方法によつて解くことができる。ここで未定常数を決定するのは(49)式あるいは

$$\int_0^\pi \sigma(\theta) \cos \theta d\theta = 2 \quad (60)$$

のみであり、 $k$  を  $k_1$  であらわすと  $k_1$  は任意の値をとることができ。ところが(51)式を移項して(48)式に代入することにより

$$R^{**} = k > 0 \quad (61)$$

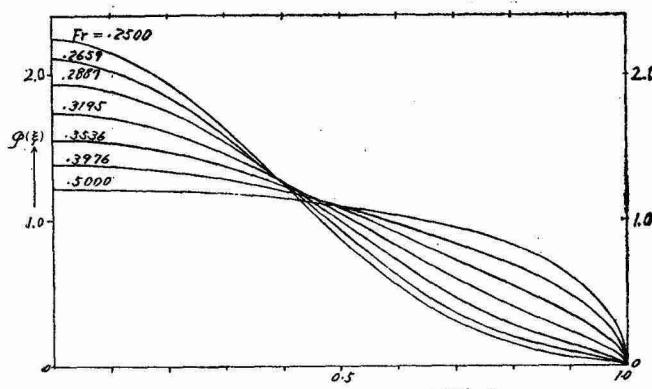


Fig. 9  
Fig. 9

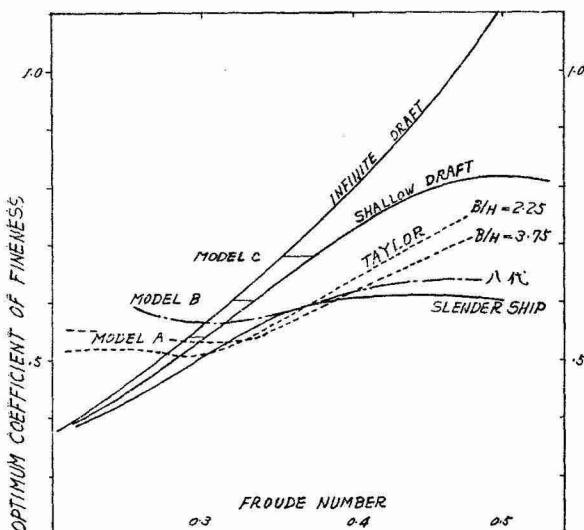


Fig. 10

が得られる。そこで  $k_1$  の値を適当に選んで  $k=0$  とすれば  $R^{**}$  を零とすることができます。すなわち造波抵抗が零となる。厳密に言うとこのときは造波抵抗が理論において省略された高次の微小量となるという意味である。このとき造波抵抗が極小となることは言うまでもない。(59)式で  $k=0$  と置いた方程式を解いて得られた結果より横切面積曲線の形状を求めたものは Fig. 9 である。今度は無限喫水のときと異なり端点で無限大が現われるのは細長船の仮定を用いた結果であろう。無限喫水に対する Fig. 1 と比較するところのときにはやや異なるフルード数において最適の肥せき係数が異なる。逆にいうとある肥せき係数が最適となるフルード数が異なるが、等しい肥せき係数を持つ形状は両端付近を除き極めて良く似ている。この事実は無限喫水に対して求めた最良の水線形状は喫水の深い場合にはやや異なるフルード数で最良の横切面積曲線を与えるものと解釈することができる。最適の肥せき係数をフルード数に対して曲線に示したもののが Fig. 10 であるが、これより無限喫水の場合と喫水の深い場合との対応が求められる。Weinblum 等<sup>3)</sup>はその近似計算の結果から、フルード数 0.316 のときの最適柱形肥せき係数を大体 0.56 と推定しているが、Fig. 10 の浅喫水の結果ではこの値が 0.57 となつてゐるのは興味がある。

### 8 模 型 試 験

前節までに示した理論的結果を確かめるために極小造波抵抗を与える船型のうち水線形状を Fig. 2 に示す 3 種類の模型を作製し抵抗測定を行なつた。前節に述べたように無限喫水の場合と喫水の深い場合とは同一の肥せき係数では水線あるいは横切面積曲線の形状はほとんど等しく、ただ極小造波抵抗を示す最適のフルード数が異なるのみである。従つて同一模型の喫水を変化させることによつて喫水の深い場合と浅い場合とで理論と実験と

Table 1

MODEL	A		B		C	
CONDITION	DEEP	LIGHT	DEEP	LIGHT	DEEP	LIGHT
LENGTH L (M)	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000
BREADTH B (M)	0.298	0.298	0.265	0.265	0.254	0.234
DRAFT T (M)	0.250	0.125	0.250	0.125	0.250	0.125
DISPLACEMENT V (M)	0.0727	0.0327	0.0727	0.0327	0.0727	0.0327
WETTED SURFACE (M)	1.186	0.692	1.184	0.678	1.188	0.679
B/L	0.149	0.149	0.132	0.132	0.117	0.117
T/L	0.125	0.0625	0.125	0.0625	0.125	0.0625
C <sub>b</sub>	0.488	0.439	0.549	0.495	0.621	0.560
C <sub>p</sub>	0.537	0.537	0.604	0.604	0.685	0.685
C <sub>x</sub>	0.909	0.818	0.909	0.818	0.909	0.818
V/L <sup>3</sup> × 100	0.909	0.409	0.909	0.409	0.909	0.409

を比較することができる。計算は無限喫水として行なつてあるからこれと比較すべき実験は喫水の極めて深い模型について行なはねばならぬ。しかしながら、模型削成機の容量によつて模型の深さに制限があり最大 350 mm におさえられたので模型の復原性と乾舷を十分にとることを考慮して喫水は 250 mm とした。浅い喫水に対する実験ではこの半分の 125 mm とした。水槽の寸法より模型の長さは 2m にとり幅は Fig. 2 に示すように  $A_w/4 l^2 = 0.08$  になるように選んだ。無限喫水における最適フルード数 0.2887, 0.3195, 0.3536 の順に模型を A, B, C と呼ぶ。この外に最適フルード数 0.250 のものも作製したが、後半部の水線に大きな彎曲を持つため明瞭に観測されるような著しい剥離現象を生じ、また抵抗も大きくなつたので除外した。肋骨線の形状は簡単のために 10 次放物線すなわち

$$Z(x) = 1 - \left( \frac{z}{T} \right)^{10}$$

とした。模型はパラフィンで作り、その要目は Table 1 に示す。Station 9 $\frac{1}{2}$  に高さ 1 mm の Stud を 10 mm 間隔に植えて乱流促進装置とし普通の方法で全抵抗を測定した。得られた全抵抗係数より 1957 年 ITTC 曲線によつて計算した摩擦抵抗係数を差引いて剩余抵抗係数とした。フルード数の低い所で造波抵抗係数がほとんど零になると考へて摩擦抵抗に対する形状影響係数を求め、これを考慮せる全粘性抵抗を差引くという方法も考へられるが今の場合は適当でない。何となればここで用いられたような両端に丸味を持つ船型では造波抵抗係数がフルード数零における極限で零にならないからである。喫水が深いときの剩余抵抗係数を  $L$  を模型の長さとして

$$C_w = R / \left( \frac{1}{2} \rho U^2 L^2 \right)$$

の形で Fig. 11 に示す。これには無限喫水として計算した最適フルード数が書き入れてあり、模型 B と C では実験結果の最適の点によく合致しているが、模型 A

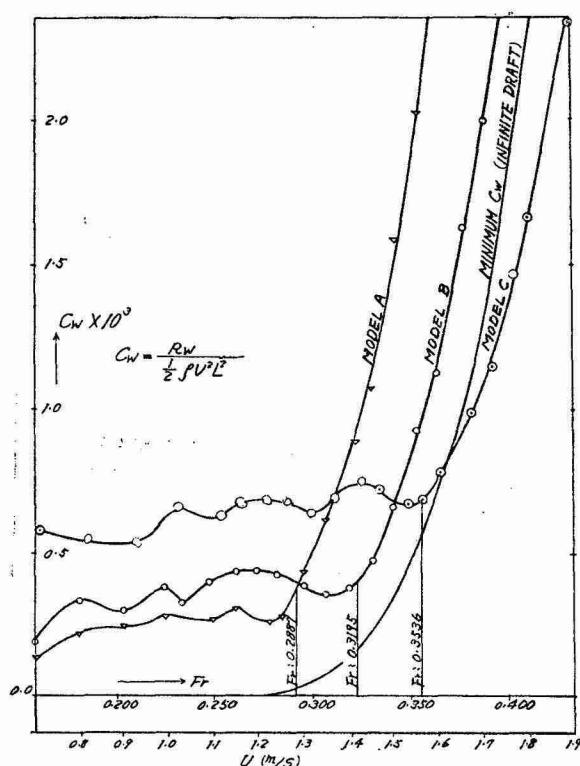


Fig. 11

では実験による最適フルード数は理論よりやや低速にずれる。その理由としては理論では幅が長さに比して微小であると仮定して対応する水線形状を定めているが、厳密にはこのときの二重吹き出し分布に対応する流線は実際に用いた模型の水線形状とはやや異なるから、模型Aは既に幅がかなり大きくなつたために非線型影響によるこのような違いが現れたものと思われる。Aに対応する二重吹き出し分布の流線形状は模型Aより幅が狭くなり肥せき係数は大きくなる。逆に模型Aの水線形状はこれよりも幅が広く肥せき係数の小さい船型に対応する二重吹き出し分布の作る流線に一致し、そのような分布の最適フルード数はAに対する値よりも当然小さくなる。模型BおよびCでは幅が狭いのでこのような非線型影響が小さくなつたのと、後述するように有限喫水の影響によって最適フルード数が高速にずれる事が非線型影響を打ち消して理論と実験との一致が得られたものであろう。無限喫水で計算した各フルード数における造波抵抗係数の極小値を

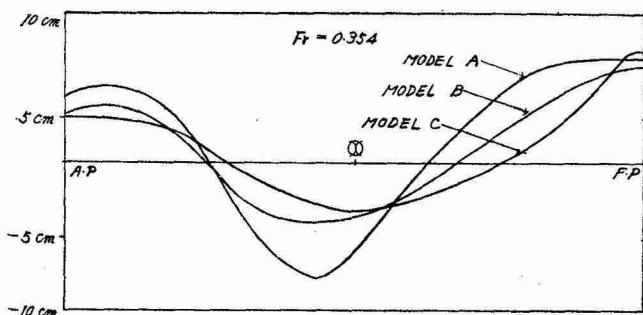


Fig. 12

Fig. 11 に示してあるが最適フルード数における実測値と一致しない。その理由の一つは実測値の曲線は造波抵抗係数ではなく剩余抵抗係数なのでこの中にはまだ粘性抵抗が残つておらず、真の造波抵抗係数よりもはるかに大きい値を持つ。一方高速において実測値が計算値より低くなっているのは明らかに有限喫水の影響によるものである。フルード数が 0.3536 すなわち模型Cで造波抵抗が極小になる速度で各模型の玄側波形を Fig. 12 を示す。C では水面の形状がほぼ前後対称であるのに対し、他の模型は非対称的傾向が強い。模型は前後対称であるから水面が前後対称に近い程造波抵抗は小さい。この速度で C の造波抵抗が小さいことはこれによつても理解される。他の模型の最適フルード数における玄側波形も同様のことと言える。次に喫水を半分の 125 mm にしたときの結果は Fig. 13 に示す。ここには細長船の理論による最適フルード数が示してあるが、実測結果とほぼ一致していることが認められる。

## 7 船型設計への応用

ここに得られた結果を船型の設計に応用しようとするには次の諸点を顧慮する必要がある。まずこれらの結果は粘性を考慮しない理論より求めたものである。従つて実際は粘性の影響を受けて結果が幾分変つて来ることが予想される。このことは特に船体後半について言えることであつて、太い丸味を持つた後端は粘性抵抗が大きく

不利であることはいうまでもない。またあまり肥せき係数の小さい表面の彎曲度の大きい船型はやはり剥離を促進して抵抗の大きくなることが実験的にも示された。次にこの理論はあくまでも線型理論であつて微小量を省略してあるから、高次の微小量として省略されたものの影響は取り入れることができない。とくに浅喫水の場合には造波抵抗はもっぱら横切面積曲線の形によつて決定され、肋骨線形状には無関係である。すなわち理論では肋骨線形状の影響を知ることができない。しかしこの影響はおそらく二次的なものに止まるであろう。以上の諸点を考慮の上で理論的結果を実際の船型設計に利用できる。まず実用船型の幅喫水比は細長船理論の適用範囲内にある。そこで理論上最良の船型は Fig. 9 に示す横切面積曲線を持つものであり、その柱形肥せき係数は Fig. 10 の浅喫水の曲線で与えられる。なお参考のために図中に山県博士の「船型学」所載の実験値を記しておいた。これによればたとえばフルード数 0.28 で最良の船型は柱形肥せき係数が 0.505 である。この値は実用上の観点

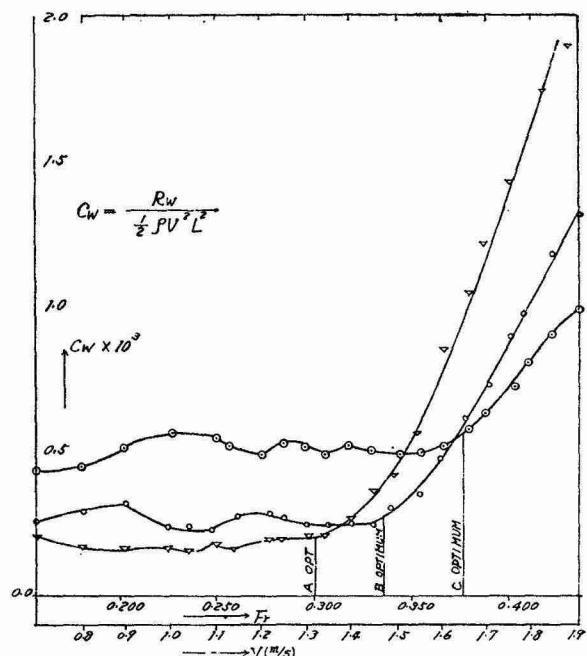


Fig. 13

からすると少し小さ過ぎる。そこでこれより肥せき係数の大きい船型を考えねばならぬ。一つの方法としては肥せき係数を一定として最良の船型を Fig. 4 を用いて求めるのである。Fig. 5 は肥せき係数を 0.60 とした例である。このようにすると造波抵抗は当然最適の肥せき係数をとるときより増加し Fig. 6 に見られる通りである。但しこれらの値はいずれも喫水を無限大として計算した結果であり、実用船型にそのままはあてはまらない。

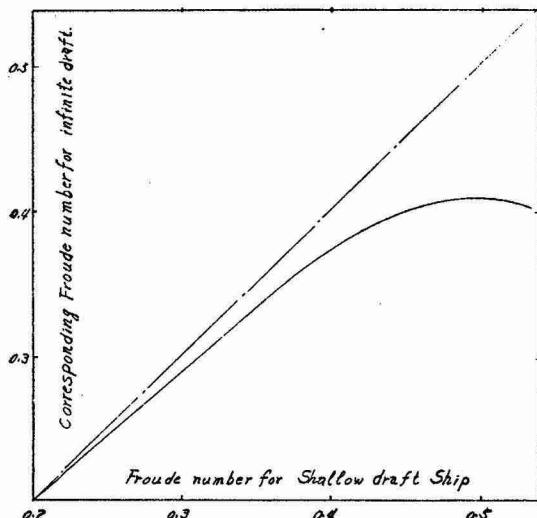


Fig. 14

ここで喫水の浅い場合は無限喫水のときと同じ形状についてその最適フルード数が移動するものと考え、フルード数に対して修正を施して用いる。Fig. 14 には浅喫水の船におけるフルード数に対応する無限喫水船のフルード数が示されている。たとえば実用船型をフルード数 0.28 で設計しようとするときは無限喫水でフルード数 0.27 の結果を用いればよいということになる。肥せき係数を最適値と異なる値に選ぶとき、Fig. 6 によると造波抵抗が極小値の 10 倍にも達することがある。しかし無限喫水での極小はたとえばフルード数 0.29 において  $C_w$  の値を  $A_w/L^2 = 0.08$  について求めてみると  $2.3 \times 10^{-5}$  となり、喫水が浅くなればおそらく  $10^{-6}$  の程度となつて極めて小さいものであるからあまり重大ではない。この方法によつて得られた船型は前後対称である。ところが粘性の影響を考慮すると前後対称の船型が最良とはならない。そこで第二の方法として船体前半部を最良の形状に選び後半は粘性の影響を考慮して変形し全体の肥せき係数を適当な値にもつて来ることが考えられる。粘性の影響によつて後半部の受持つ造波抵抗は減少するので後半部の変形によつて抵抗の増加する量は前半部を変形する場合よりも小さいと考えられる。後半部肋骨線の形状は特に粘性抵抗に關係するからこの観点から設計すべきである。実験に用いた模型 A を排水量長比および柱形肥せき係数の等しい Taylor の標準系列と比較すると、剩余抵抗係数は Taylor の船型の方がかえつて小さくなつてゐる。これは模型 A の後半部の形状が粘性抵抗に対して不利であることに基づくものと考えられる。もし低フルード数における値の差によつて剩余抵抗のフルード数による増加量を比較すると模型 A は Taylor の船型よりもこれがはるかに小さい。極小造波抵抗の理論は横切面積曲線の選定に役立つものであつて、肋骨線形状の選定には実験的研究を必要とする。

## 8 結 言

今回の研究で得られた結果をとりまとめると次のようになる。

- (1) 船体中心面上の吹き出し分布による造波抵抗に相当する Michell の積分を排水量一定の条件のもとに極小ならしめる解は存在しないが、造波抵抗公式を二重吹き出し分布に対応する形に変形するときは排水量一定の条件のもとにこれを極小ならしめる解が存在する。
- (2) 極小造波抵抗を与える二重吹き出し分布は両端に持異点を有し、これによつて形造られる船型の両端は丸味を持つた筒型をなす。
- (3) 幅あるいは肥せき係数一定の条件のもとに造波抵抗を極小ならしめる解は存在しないが、フルード数のあまり高くないときには漸近級数として意味のある近似解が求められる。
- (4) 無限喫水の筒型船型および喫水を微小であると仮定した細長い船では極小造波抵抗を与える形状は解析的方法によつて求められる。
- (5) 造波抵抗が極小となる最適肥せき係数はフルード数と共に上昇するが、細長船の場合は無限喫水の場合に比べてこの値が小さく且フルード数による上昇がゆるやかである。
- (6) 等しい肥せき係数で比較すると喫水の浅いときの最適フルード数は無限喫水の場合よりも低目にずれるが、高速を除いて最良の横切面積曲線は両端付近を除いて無限喫水における最良の水線に酷似している。
- (7) 理論によつて得られた最適の水線型状を有する模型を深浅二種の喫水で抵抗試験を行なつた結果、その最適フルード数が喫水の深いときは無限喫水の理論値と、また喫水の浅いときは細長船に対する理論値と良く合

致した。

この研究において、笠原和子助手が理論計算を担当し、田草川善助、笠原和子両助手および小野滝太、姫野裕信両工学士が水槽実験を担当した。ここに深甚な謝意を表する。

### 参考文献

- 1) J. H. Michell ; "The Wave Resistance of a Ship", Phil. Mag. (5) 45 (1898), 106-123
- 2) G. Weinblum ; "Schiffe geringsten Widerstandes" Proc. 3rd Internat. Congr. Appl. Mech. Stockholm, (1930) 449-458
- 3) G. Weinblum, D. Wustrau und G. Vossers ; "Schiffe geringsten Widerstandes" J.S.T.G. 51 (1957) 175-214
- 4) Th. von Karman ; "Contributions to the Theory of Wave-Resistance" Proc. 4th Internat. Congr. Appl. Mech. Cambridge (1934) 201
- 5) G. E. Pavlenko ; "Theoretical Ship Forms of Least Wave Resistance" Proc. 4th Internat. Congr. Appl. Mech. Cambridge (1934) 232
- 6) L. N. Sretenski ; "Sur un Probleme de Minimum dan la Theorie du Navire" C.R. (Dokl.) Acad. Sci. URSS (N.S.) 3 (1935) 247-248
- 7) Y. C. Shen and G. E. Kern ; "Development Study of a Subsurface Ship" Aero-jet-General Corp., Report No. 1535, (1958)
- 8) J. V. Wehausen, G. Reichert and J. R. Gauthey ; "Ships of Minimum Wave Resistance" University of California, Inst. of Engg. Res. 82-21 (1961)
- 9) W. C. Webster and J. V. Wehausen ; "Schiffe geringsten Wellenwiderstandes mit vorgegebenem Hinterschiff", Schiffstechnik 9 (1962) 62-68
- 10) S. Karp, J. Kotik and J. Lurye ; "On the Problem of Minimum Wave Resistance for Struts and Strut-like Dipole Distributions", 3rd Symp. on Naval Hydromechanics, Wageningen (1960) 56-116
- 11) J. J. Stoker ; "Water Waves", Interscience (1957) 245-287
- 12) H. Maruo ; "Calculation of the Wave-Resistance of Ships, the Draught of which is as small as the Beam", Journal of Zosen Kikai, 112 (1962) 161-177
- 13) T. H. Havelock ; "The Theory of Wave Resistance", Proc. Roy. Soc. A 138 (1932)
- 14) G. I. Taylor ; "The Force Acting on a Body Placed in a Curved and Converging Stream of Fluid", ARC-R and M 1166 (1928-29)
- 15) J. Dörr ; "Zwei Integralgleichungen erster Art, die sich mit Hilfe Mathieuscher Funktionen lösen lassen", Z. A. M. P. 3 (1952) 427-439
- 16) M. Bessho ; "On the Problem of the Minimum Wave-making Resistance of Ships", Memoirs of the Defence Academy, 2-4 (1963) 1-30
- 17) 新谷 厚 ; "造波抵抗に関する研究", 防衛庁技術研究本部技報, 1-3 (1962) 75-78